



Prof. Dr. H.-D. Donder  
Andreas Fackler

Sommersemester 2012  
14. Juni 2012

## Modelle der Mengenlehre Übungsblatt 7

**Aufgabe 1:** Man zeige, dass sich die Gödelfunktionen  $F_5$  und  $F_8$  durch die anderen  $F_i$  darstellen lassen.

**Aufgabe 2:** Sei  $a$  transitiv. Man zeige, dass  $\text{cl}(a)$  transitiv ist.

**Aufgabe 3:** Definiere  $\langle J_\alpha \mid \alpha \in \text{On} \rangle$  rekursiv durch:

$$\begin{aligned} J_0 &= \emptyset \\ J_{\alpha+1} &= \text{cl}(J_\alpha \cup \{J_\alpha\}) \\ J_\lambda &= \bigcup_{\alpha < \lambda} J_\alpha, \text{ falls } \lim(\lambda) \end{aligned}$$

Sei  $J = \bigcup_{\alpha \in \text{On}} J_\alpha$ . Zeigen Sie, dass  $J = L$  gilt.

**Aufgabe 4:** Ist die Aussage “ $\alpha = \omega_1$ ”, das heißt, “ $\alpha$  ist die kleinste überabzählbare Kardinalzahl”,  $\Delta_1$ ?