



Prof. Dr. H.-D. Donder
Andreas Fackler

Sommersemester 2012
3. Mai 2012

Modelle der Mengenlehre Übungsblatt 3

Aufgabe 1: Sei $a \subseteq \text{On}$ eine Menge. Man zeige, dass $\gamma = \bigcup a$ eine Ordinalzahl und die kleinste obere Schranke von a ist.

Aufgabe 2: Sei $u \in V$ und $r \subseteq u^2$. Man zeige, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

- (a) r ist fundiert.
- (b) Es gibt ein $f : u \rightarrow \text{On}$, so dass für alle $x, y \in u$ gilt: $xry \rightarrow f(x) < f(y)$

Aufgabe 3: Man zeige, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

- (a) $x \in V_\omega$
- (b) Es gibt ein endliches, transitives a mit $x \in a$.

Aufgabe 4: Eine Abbildung $F : \text{On} \rightarrow \text{On}$ heißt *normal*, wenn sie streng monoton wachsend ist und für jede Limesordinalzahl γ gilt: $F(\gamma) = \bigcup_{\alpha < \gamma} F(\alpha)$. Man zeige, dass dann für jedes $\alpha \in \text{On}$ ein $\beta > \alpha$ existiert, so dass $F(\beta) = \beta$.

Inbesondere existiert also eine Ordinalzahl β , so dass $\beta = \omega_\beta$.

Besprechung am 10. Mai in der Übung.