

Logik

Tutorium 9

Aufgabe 1: Zeige, dass die folgenden Funktionen rekursiv sind:

$$F_1(a, b) = |a - b|$$

$$F_2(a) = \lfloor \sqrt{a} \rfloor \text{ (d. h. } \sqrt{a} \text{ abgerundet)}$$

$$F_3(a, b) = k \in \{0, \dots, b\} \text{ so dass es ein } m \in \mathbb{N} \text{ gibt mit } a = (b + 1) \cdot m + k \\ \text{(also der Rest bei der Division von } a \text{ durch } b + 1)$$

Aufgabe 2: Sei $A_0 = \{+, \cdot, K_{<}\}$. Für $n \in \mathbb{N}$ sei B_n die Menge aller Funktionen, die durch Anwendungen der Regeln (R2) und (R3) aus A_n hervorgehen, und

$$A_{n+1} = \{I_1^n, \dots, I_n^n\} \cup A_n \cup B_n.$$

Dann ist jedes A_n eine endliche Menge von rekursiven Funktionen. Sei $F : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definiert als:

$$F(a) = \max\{G(a) \mid G : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, G \in A_n\}$$

Zeige, dass F nicht rekursiv ist.