

# Logik

## Tutorium 6

**Aufgabe 1:** Sei  $\mathfrak{A} = (\mathbb{N}, +, \cdot, <, 0, 1)$  eine  $L$ -Struktur zur Sprache  $L = \{\oplus, \odot, \sqsubset, O, I\}$ . Sei  $c$  ein neues Konstantenzeichen,  $t_0$  der Term  $O$  und  $t_{n+1}$  jeweils  $t_n \oplus I$ . Zeige, dass die Theorie

$$\text{Th}(\mathfrak{A}) \cup \{t_n \sqsubset c \mid n \in \mathbb{N}\}$$

erfüllbar ist. (Nichtstandardmodelle der natürlichen Zahlen – ebenso für reelle Zahlen)

**Aufgabe 2:** Eine Gruppe  $\mathfrak{A}$  heißt *zyklisch*, wenn sie von einem Element  $x \in \mathfrak{A}$  erzeugt wird, wenn also jedes  $y \in \mathfrak{A}$  von der Form  $x^n$  für ein  $n \in \mathbb{Z}$  ist. Beweise oder widerlege: Es gibt eine Formel  $\varphi$  in der Sprache  $\{o, e\}$  der Gruppentheorie, so dass für jede Gruppe  $\mathfrak{A}$  gilt:  $\mathfrak{A}$  ist zyklisch genau dann wenn  $\mathfrak{A} \models \varphi$