

Logik

Tutorium 3

Aufgabe 1: m sei ein zweistelliges und f ein einstelliges Funktionszeichen, $\bar{L} = \{f\}$ und $L = \{f, m\}$. $\bar{\mathfrak{A}}$ sei die L -Struktur mit Träger $\{0, 1, 2, 3, 4\}$, $f^{\bar{\mathfrak{A}}}(0) = 0$ und $f^{\bar{\mathfrak{A}}}(a) = 5 - a$ für $a \in \{1, 2, 3, 4\}$. Finde zwei verschiedene L -Expansionen von $\bar{\mathfrak{A}}$, in denen die folgende L -Aussage gilt:

$$\forall x \forall y \quad f(m(x, y)) = m(f(x), f(y))$$

Aufgabe 2: Seien \oplus und \odot zweistellige Funktionszeichen und O und I Konstantenzeichen, $\bar{L} = \{\oplus, \odot\}$ und $L = \{\oplus, \odot, O, I\}$. Wir betrachten folgende L -Strukturen:

$$\mathfrak{A}_1 = (\mathbb{Q}, +, \cdot, \emptyset, 0, 1),$$

$$\mathfrak{A}_2 = (\mathbb{R}, +, \cdot, \emptyset, 0, 1),$$

$$\mathfrak{A}_3 = (\mathbb{C}, +, \cdot, \emptyset, 0, 1),$$

sowie ihre \bar{L} -Redukte $\bar{\mathfrak{A}}_1$, $\bar{\mathfrak{A}}_2$ und $\bar{\mathfrak{A}}_3$.

(a) Finde L -Formeln φ und ψ , so dass

$$\mathfrak{A}_1 \models \neg\varphi, \quad \mathfrak{A}_2 \models \varphi \wedge \neg\psi \quad \text{und} \quad \mathfrak{A}_3 \models \psi.$$

(b) Finde \bar{L} -Formeln $\bar{\varphi}$ und $\bar{\psi}$, so dass

$$\bar{\mathfrak{A}}_1 \models \neg\bar{\varphi}, \quad \bar{\mathfrak{A}}_2 \models \bar{\varphi} \wedge \neg\bar{\psi} \quad \text{und} \quad \bar{\mathfrak{A}}_3 \models \bar{\psi}.$$