Prof. Dr. H.-D. Donder | Wintersemester 2011/2012
Andreas Fackler | 3. Februar 2012

Logik
Tutorium 13

Aufgabe 1: Zeige: **(a)** Jede Menge mit genau einem Element ist endlich.
(b) Sind a und b endlich, so ist auch $a \cup b$ endlich.
(c) Wenn a eine endliche Menge und x irgendeine Menge ist, so ist $a \cup \{x\}$ ebenfalls endlich.

Aufgabe 2: Zeige, dass es keine Bijektion zwischen einer natürlichen Zahl n und ihrem Nachfolger $s(n)$ gibt.
Zeige, dass es eine Bijektion von ω nach $s(\omega)$ gibt.

Aufgabe 3: Sei u eine Menge. Zeige, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:
(a) u ist endlich, das heißt, es gibt ein $r \subseteq u^2$, so dass $\langle u, r \rangle$ eine endlich-geordnete Struktur ist.
(b) Es gibt eine natürliche Zahl $n \in \omega$ und eine Bijektion $f : n \to u$. (Sprich: u hat n Elemente.)
(c) u ist *Tarski-endlich*, das heißt, jede nichtleere Menge $v \subseteq \mathfrak{P}(u)$ hat ein kleinstes Element $a \in v$ (so dass kein von a verschiedenes $b \in v$ existiert mit $b \subset a$).

Aufgabe 4: Zeige, dass es keine Abbildung $f : \omega \to \mathrm{On}$ gibt, so dass für jedes $\alpha \in \mathrm{On}$ ein $n \in \omega$ existiert mit $f(n) \geq \alpha$.