



Prof. Dr. H.-D. Donder
Andreas Fackler

Wintersemester 2011/12
12. April 2012

Logik Nachholklausur

Aufgabe 1. Sei L eine Sprache erster Stufe ohne Relationszeichen. Beweisen Sie, dass in jeder L -Formel das $=$ -Zeichen vorkommt. [8 Punkte]

Aufgabe 2. Sei L eine Sprache erster Stufe mit zweistelligem Relationszeichen R . Bestimmen Sie eine Skolemische Normalform φ^* der folgenden L -Formel φ und geben Sie ein Modell von φ^* an.

$$\forall x \exists y \forall w \exists z ((\neg R(x, w) \vee \neg R(w, x)) \wedge R(x, y) \wedge R(y, z) \wedge R(z, x))$$

[8 Punkte]

Aufgabe 3. Sei $\mathfrak{A} = (\mathbb{C}, +)$. Zeigen Sie, dass es keine Formel φ gibt, so dass $\mathfrak{A} \models \varphi_x[a]$ gdw: a ist eine reelle Zahl. [8 Punkte]

Aufgabe 4. Finden Sie eine Ableitung für folgende Regel:

$$\frac{\Gamma \varphi \vee \forall x \psi \quad \Gamma \neg \psi}{\Gamma \varphi}$$

[8 Punkte]

Aufgabe 5. Seien $R, S \subseteq \mathbb{N}^2$ rekursiv aufzählbar. Zeigen Sie, dass dann auch

$$T = \{r_1 \cdot s_1 - r_2 \cdot s_2 \mid (r_1, r_2) \in R, (s_1, s_2) \in S\}$$

rekursiv aufzählbar ist.

[8 Punkte]

Aufgabe 6. Gibt es eine unvollständige L_0 -Theorie $T \supseteq N$, so dass $\mathbb{N} \not\models T$? Begründen Sie Ihre Antwort. [8 Punkte]