



Prof. Dr. H.-D. Donder
Andreas Fackler

Wintersemester 2011/12
16. Februar 2012

Logik Klausur

Aufgabe 1. Sei L eine Sprache erster Stufe ohne Konstanten. Zeigen Sie, dass jeder L -Term eine Variable enthält. [8 Punkte]

Aufgabe 2. Sei L die Sprache erster Stufe mit dem zweistelligen Relationszeichen R . Bestimmen Sie eine Skolemische Normalform φ^* der folgenden L -Formel φ und geben Sie ein Modell von φ^* an.

$$\forall x \exists y \exists z (R(x, y) \wedge \neg R(z, x))$$

[8 Punkte]

Aufgabe 3. Sei $\mathfrak{A} = (\mathbb{R}, +, <)$. Zeigen Sie, dass es keine Formel φ gibt, so dass für alle $a \in \mathbb{R}$:

$$\mathfrak{A} \models \varphi_x[a] \quad \text{gdw} \quad a \in \mathbb{Q}$$

[8 Punkte]

Aufgabe 4. Finden Sie eine Ableitung für folgende Regel:

$$\frac{\Gamma (\exists x \varphi \rightarrow \psi) \quad \Gamma \varphi}{\Gamma \psi}$$

[8 Punkte]

Aufgabe 5. Seien R, S rekursiv aufzählbar. Zeigen Sie, dass dann auch $R \times S$ rekursiv aufzählbar ist.

[8 Punkte]

Aufgabe 6. Ist die L_0 -Theorie

$$T = \{ S(S(0)) \cdot S(S(0)) = S(S(S(S(0)))) \}$$

vollständig?

[8 Punkte]