



Prof. Dr. H.-D. Donder  
Andreas Fackler

Wintersemester 2011/2012  
29. November 2011

## Logik Übungsblatt 6

**Aufgabe 1:** Sei  $T$  eine  $L$ -Theorie. Weiterhin sei  $\varphi$  gleich  $\forall x\exists y\psi$  eine  $L$ -Aussage mit  $T \models \varphi$ . Sei  $f$  ein neues einstelliges Funktionszeichen. Setze  $T^* = T \cup \{\forall x\psi_y(f(x))\}$ , wobei die Substitution erlaubt sei. Man zeige:  
Für alle  $L$ -Aussagen  $\theta$ : (Wenn  $T^* \models \theta$ , so  $T \models \theta$ ).

**Aufgabe 2:** Seien  $T$  eine  $L$ -Theorie und  $\varphi$  eine  $L$ -Aussage. Weiterhin gelte  $\mathfrak{A} \models \varphi$  für jedes unendliche Modell  $\mathfrak{A}$  von  $T$ . Man zeige:  
Es existiert ein  $k \in \mathbb{N}$ , so dass  $\mathfrak{B} \models \varphi$  für jedes Modell  $\mathfrak{B}$  von  $T$ , das mindestens  $k$  Elemente hat.

**Aufgabe 3:** Seien  $T_1, T_2$   $L$ -Theorien. Weiterhin sei  $T_1 \cup T_2$  nicht erfüllbar. Man zeige:  
Es existiert eine  $L$ -Aussage  $\varphi$  mit  $T_1 \models \varphi$  und  $T_2 \models \neg\varphi$ .

Abgabe bis spätestens 11:30 Uhr am 6. Dezember 2011 im Übungskasten.