



Prof. Dr. H.-D. Donder
Andreas Fackler

Wintersemester 2011/2012
22. November 2011

Logik Übungsblatt 5

Aufgabe 1: Seien L eine endliche Sprache und \mathfrak{A} eine endliche L -Struktur. Zeigen Sie, dass es eine L -Aussage φ gibt mit der Eigenschaft:

Für alle L -Strukturen \mathfrak{B} : ($\mathfrak{B} \models \varphi$ gdw $\mathfrak{A} \cong \mathfrak{B}$)

Aufgabe 2: Eine L -Formel φ ist *termreduziert*, wenn sie nur atomare Formeln der Form

$$R(x_1, \dots, x_n), \quad f(x_1, \dots, x_n) = y, \quad x = y, \quad c = x$$

enthält, wobei x_1, \dots, x_n, x, y Variablen, c Konstante, R Relationszeichen, f Funktionszeichen sind. Man zeige:

Für alle L -Aussagen φ existiert eine termreduzierte L -Aussage ψ mit $\models (\varphi \leftrightarrow \psi)$.

Aufgabe 3: Sei $\mathfrak{A} = (\mathbb{R}, +, \cdot)$ der Körper der reellen Zahlen. Sei $<$ die übliche Ordnung auf \mathbb{R} . Zeigen Sie, dass es eine Formel erster Stufe φ mit den freien Variablen x, y gibt, für die gilt:

Für alle $a, b \in \mathbb{R}$: ($a < b$ gdw $\mathfrak{A} \models \varphi_{x,y}[a, b]$)

Abgabe bis spätestens 11:30 Uhr am 29. November 2011 im Übungskasten.