LUDWIG-
MAXIMILIANS-
UNIVERSITÄT
MÜNCHEN

MATHEMATISCHES INSTITUT

Prof. Dr. H.-D. Donder
Andreas Fackler

Wintersemester 2011/2012
8. November 2011

Logik
Übungsblatt 4

Aufgabe 1: Sei φ die Aussage

$$\exists x_1 \forall x_2 \exists x_3 \exists x_4 (R(x_1, x_2, x_3) \wedge \neg R(x_2, x_1, x_4))$$

Bestimmen Sie eine Skolemsche Normalform von φ und zeigen Sie, dass φ erfüllbar ist.

Aufgabe 2: Sei φ eine reine $\forall$-Aussage, in der keine Funktionssymbole vorkommen. Weiterhin sei φ erfüllbar. Zeigen Sie, dass φ ein Modell mit endlichem Träger besitzt.

Aufgabe 3: Für eine L-Theorie erster Stufe T sei

$$C_L(T) = \{\varphi \in \mathrm{Auss}_L \mid T \models \varphi\}.$$

Seien $T, \overline{T}$ L-Theorien erster Stufe. Man zeige:

(a) $T \subseteq C_L(T)$

(b) Wenn $T \subseteq \overline{T}$, so $C_L(T) \subseteq C_L(\overline{T})$.

(c) $C_L(C_L(T)) = C_L(T)$.

Aufgabe 4: Sei D eine Menge. Geben Sie eine erfüllbare Theorie erster Stufe T an mit der Eigenschaft:
Ist $\mathfrak{A}$ ein Modell von T, so gibt es eine injektive Abbildung von D in den Träger von $\mathfrak{A}$.

Abgabe bis spätestens 11:30 Uhr am 22. November 2011 im Übungskasten.