



Prof. Dr. H.-D. Donder
Andreas Fackler

Wintersemester 2011/2012
8. November 2011

Logik Übungsblatt 3

Aufgabe 1: Die Sprache \bar{L} sei gegeben durch ein zweistelliges Relationszeichen R . Es sei $\bar{\mathfrak{A}} = (\mathbb{N}, \emptyset, R^{\bar{\mathfrak{A}}}, \emptyset)$ die \bar{L} -Struktur mit $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ und

$$R^{\bar{\mathfrak{A}}} = \{(m, n) \mid m, n \in \mathbb{N} \text{ und } m < n\}.$$

Ferner sei f ein einstelliges Funktionszeichen und $L = \bar{L} \cup \{f\}$.

(a) Man gebe eine L -Expansion von $\bar{\mathfrak{A}}$ an, in der die L -Aussage

$$\forall x \exists y \exists z (R(x, y) \wedge R(y, z) \wedge R(f(z), f(y)))$$

gilt.

(b) Man zeige, dass in jeder L -Expansion von $\bar{\mathfrak{A}}$ die L -Aussage

$$\forall x \exists y \exists z (R(x, y) \wedge R(y, z) \wedge \neg R(f(z), f(y)))$$

gilt.

Aufgabe 2: Man beweise oder widerlege, dass für alle L -Aussagen φ , ψ und θ gilt:

(a) $(\varphi \vee \psi) \models \theta$ gdw $(\varphi \models \theta$ und $\psi \models \theta)$

(b) $(\varphi \wedge \psi) \models \theta$ gdw $(\varphi \models \theta$ oder $\psi \models \theta)$

Aufgabe 3: Seien $\varphi_0, \dots, \varphi_n$ L -Aussagen. Man zeige:

$$\{\varphi_0, \dots, \varphi_n\} \models \psi \quad \text{gdw} \quad \models (\varphi_0 \wedge \dots \wedge \varphi_n) \rightarrow \psi$$

Abgabe bis spätestens 11:30 Uhr am 15. November 2011 im Übungskasten.