

Analysis einer Veränderlichen — Präsenzaufgaben 9

Aufgabe 1:

- (a) Zeigen Sie $e^{i\frac{3\pi}{2}} = -i$.
- (b) Zeigen Sie $\cos(x + 2\pi) = \cos x$ und $\cos(x + \pi) = -\cos(x)$.
- (c) Zeigen Sie $\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

Aufgabe 2: Einheitswurzeln

Berechnen Sie die n -ten Einheitswurzeln der komplexen Zahlen.

Aufgabe 3:

Sei $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\sin x}{x}$.

- (a) Zeigen Sie, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$.
- (b) Zeigen Sie, dass f eine stetige Fortsetzung auf ganz \mathbb{R} hat.

Aufgabe 4: Zusatz

Die n -ten Einheitswurzeln bilden die Ecken eines gleichseitigen n -ecks.

- (a) Berechnen Sie die Seitenlängen dieses n -Ecks.
- (b) Folgern Sie (mit Hilfe von Aufgabe 3) dass Der Kreisumfang 2π ist.