

## Analysis einer Veränderlichen — Präsenzaufgaben 2

### Aufgabe 1:

Sei  $A \subset \mathbb{R}$ . Wir definieren  $-A := \{-a : a \in A\}$ . Beweisen Sie

$$-\inf(A) = \sup(-A).$$

### Aufgabe 2:

Es sei  $a \in \mathbb{R}$ . Zeigen Sie direkt mit Hilfe der Definition, dass

$$\sup(-\infty, a) = \sup(-\infty, a] = a.$$

### Aufgabe 3:

Wir betrachten die Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}} := ((-1)^n)_{n \in \mathbb{N}}$ . Beweisen Sie, dass  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  nicht konvergiert.

### Aufgabe 4:

Es sei  $M$  die Menge aller Funktionen  $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $\sup_{x \in (0,1)} |f(x)| < \infty$ . Wir definieren

$$f = g :\iff (\forall x \in (0, 1) : f(x) = g(x)).$$

Überprüfen Sie, ob es sich bei

$$d(f, g) := \sup_{x \in (0,1)} |f(x) - g(x)|$$

um eine Metrik handelt auf  $M$  handelt.