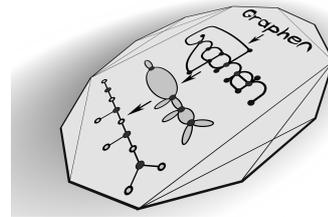


LMU-Mathe-Sommer 2012
Eine Einführung in die Graphentheorie
 Übungsblatt 3
 K. Panagiotou/R. Graf



Aufgabe 1

Wieviele Bäume mit 2, 3, 4, 5 Knoten gibt es? Können Sie erraten, was die Anzahl der Bäume mit n Knoten ist?

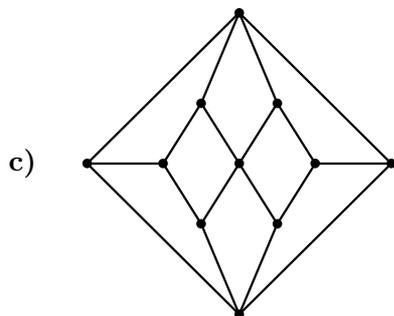
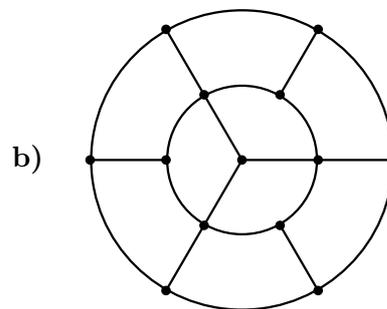
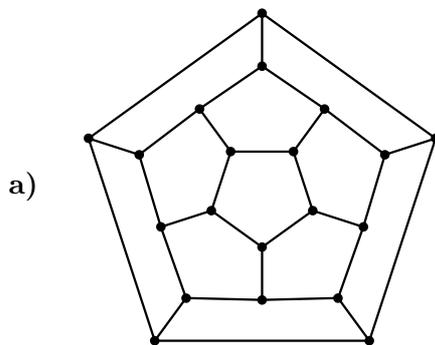
Aufgabe 2

Sei $T = (V, E)$ ein Graph. Zeigen Sie, dass folgende Aussagen äquivalent sind:

- a) T ist ein Baum.
- b) Zwischen je zwei Knoten in T gibt es genau einen Pfad.
- c) T ist zusammenhängend und $|E| = |V| - 1$.
- d) T ist kreisfrei und $|E| = |V| - 1$.

Aufgabe 3

Welche der folgenden Graphen besitzen einen Hamiltonkreis? Begründen Sie Ihre Antwort, und geben Sie einen solchen Kreis an, falls der Graph einen besitzt.



Aufgabe 4

Zeigen Sie, dass die Voraussetzung im Satz von Ore bestmöglich ist! Anders ausgedrückt: Konstruieren Sie für $n \geq 3$ einen zusammenhängenden Graphen mit n Knoten, der keinen Hamiltonkreis enthält, in dem aber für beliebige nicht-benachbarte Knoten u, v ($u \neq v$)

$$d(u) + d(v) \geq n - 1$$

gilt.

Hinweis: Eine mögliche Konstruktion eines solchen Graphen besteht darin, zwei vollständige Graphen in geeigneter Weise zusammenzufügen.