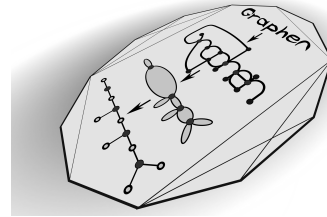


LMU-Mathe-Sommer 2012  
Eine Einführung in die Graphentheorie

Übungsblatt 2

K. Panagiotou/R. Graf



**Aufgabe 1**

Sei  $\mathbb{N}_0 := \{0, 1, 2, \dots\}$  und sei  $n \in \mathbb{N}_0$ . Gegeben sei ein Dominospiel mit Steinen der Form 

$x$	$y$
-----	-----

, wobei  $x, y \in \mathbb{N}_0$  sind und die Bedingung  $0 \leq x \leq y \leq n$  erfüllen.

- a) Wieviele Steine hat dieses Dominospiel?
- b) Ist es möglich, die Steine in einer Reihe anzuordnen, so dass (wie beim Dominospiel üblich) bei anliegenden Steinen die angrenzenden Zahlen jeweils gleich sind?

**Aufgabe 2**

Sei  $G$  ein Graph. Ein Weg  $x_1x_2 \dots x_n$  in  $G$  heißt Eulerweg, wenn er jede Kante in  $G$  genau einmal durchläuft; der Anfangspunkt  $x_1$  und der Endpunkt  $x_n$  müssen dabei nicht gleich sein. Geben Sie eine notwendige und hinreichende Bedingung dafür an, dass  $G$  einen Eulerweg besitzt.

**Aufgabe 3**

Zeigen Sie, dass für jeden Graphen  $G = (V, E)$  gilt:

$$\sum_{v \in V} d_G(v) = 2|E|.$$

**Aufgabe 4 (\*)**

Sei  $G$  ein zusammenhängender Graph und sei  $k \in \mathbb{N}_0$ . Geben Sie eine hinreichende und notwendige Bedingung dafür an, dass sich  $G$  so mit einem Stift zeichnen lässt, dass man den Stift höchstens  $k$  mal absetzt.

**Aufgabe 5**

Sei  $G$  ein Graph.

- a) Zeigen Sie: Ist  $G$  nicht zusammenhängend, so ist der zu  $G$  komplementäre Graph zusammenhängend!
- b) Ist es möglich, dass  $G$  und der Komplementgraph von  $G$  zusammenhängend sind?

**Aufgabe 6 (\*)**

Sei  $G = (V, E)$  ein zusammenhängender Graph mit der Eigenschaft, dass für alle Kanten  $e \in E$  der Graph  $(V, E \setminus \{e\})$  nicht zusammenhängend ist. Bestimmen Sie die Anzahl  $|E|$  der Kanten von  $G$ .

### Aufgabe 7

Seien  $V_1, \dots, V_k$  paarweise disjunkte Mengen und sei  $V := V_1 \cup \dots \cup V_k$  ihre Vereinigung. Wieviele verschiedene Graphen  $G = (V, E)$  mit Knotenmenge  $V$  gibt es, bei denen für alle Kanten  $e \in E$  und alle  $i = 1, \dots, k$  Folgendes gilt:  $|e \cap V_i| \leq 1$ ?