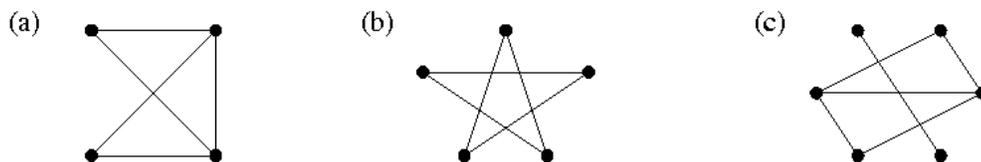
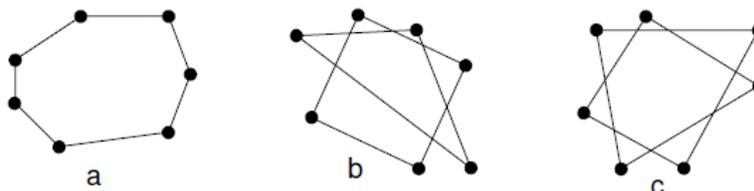


## Probestudium: Übung am Montag

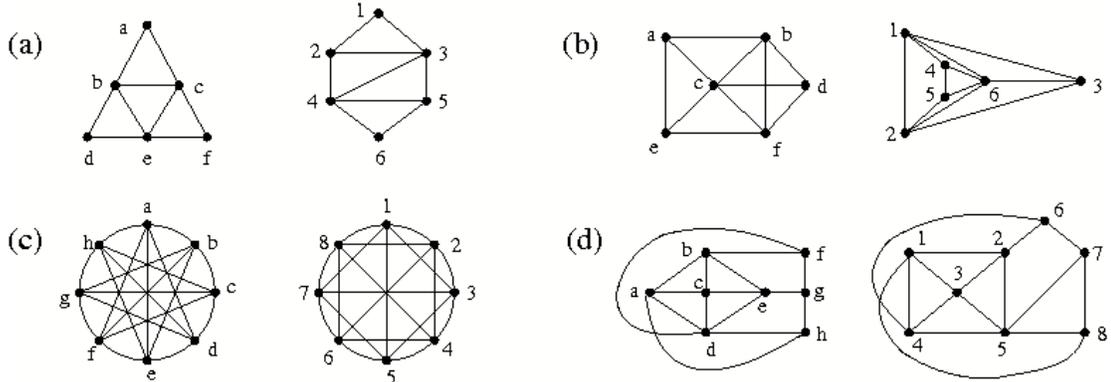
1. Folgende Situationen können durch Graphen beschrieben werden. Was sind jeweils die Ecken und Kanten?
  - (a) Wie viele Schüler kann man unter den Teilnehmern des Tutoriums auswählen, so dass sie sich gegenseitig nicht kennen?
  - (b) Ein Reisebüro soll für einen Flug von München nach Los Angeles die billigste Flugroute bestimmen (eventuell mit mehrmaligem Umsteigen).
  - (c) Eine Gruppe von Schülern trifft sich, um gemeinsam zu musizieren. Jeder spielt mehrere Instrumente. In welcher Besetzung können sie spielen? Ergibt sich beispielsweise ein kleines Orchester oder eine Big Band?
  - (d) Das sogenannte “small world phenomenon”: Angeblich kennt jeder Mensch jeden anderen über höchstens 6 Ecken. ( $A$  kennt  $B$ ,  $B$  kennt  $C$ , usw.)
2. Beschreiben Sie die folgenden Graphen (zum Beispiel Anzahl der Ecken und Kanten, Anzahl der Komponenten, Grade der Ecken, Anzahl der enthaltenen 3-, 4-Ecke, ...) und bilden Sie jeweils den komplementären Graphen.



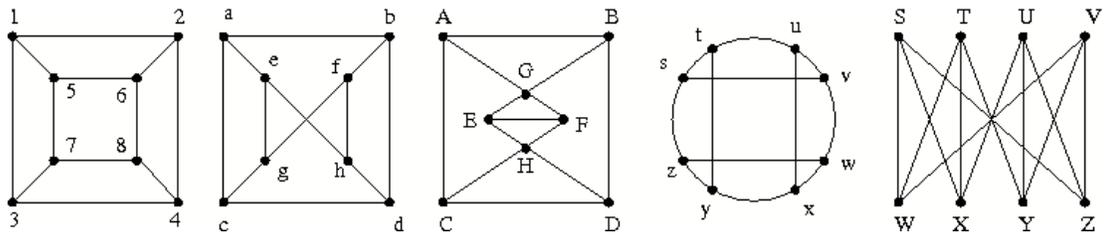
3. (\*) Der Zusammenhang eines Graphen und seines Komplements.
  - (a) Zeigen Sie: Ist  $G$  nicht zusammenhängend, so ist  $\bar{G}$  zusammenhängend.
  - (b) Kann es sein, dass sowohl  $G$  als auch  $\bar{G}$  zusammenhängend sind?
4. Welche der folgenden Graphen sind isomorph? (Begründen Sie Ihre Antwort.)



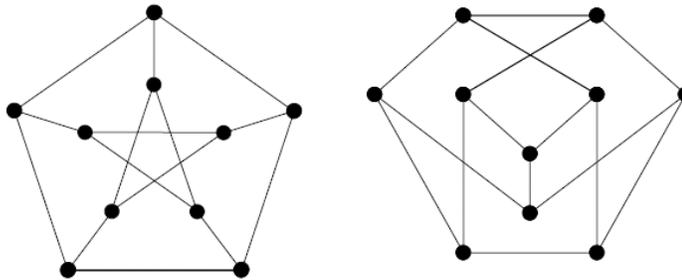
5. Welche der folgenden Graphenpaare sind isomorph? (Begründen Sie Ihre Antwort.)



6. Bestimmen Sie alle zueinander isomorphen Graphen! (Begründen Sie Ihre Antwort.)



7. (\*) Der Graph mit dem Fünfeck und dem fünfzackigen Stern in der Mitte heißt Petersen-Graph. Er hat viele interessante Eigenschaften, die von Julius Petersen untersucht worden sind. Zeigen Sie, dass der Petersen-Graph zu dem rechts dargestellten Graphen, der eher wie ein Sechseck aussieht, isomorph ist! (Hinweis: Benennen Sie in beiden Zeichnungen die Ecken so, dass die Entsprechungen deutlich werden.)



8. Alle Graphen mit 3 Ecken.

- (a) Bestimmen Sie alle Graphen mit den drei Ecken  $a, b, c$ . Wieviele gibt es?  
 (b) Bestimmen Sie alle Graphen mit 3 Ecken bis auf Isomorphie. Wieviele gibt es?

9. Bestimmen Sie alle Graphen (bis auf Isomorphie) mit 5 Ecken und 5 Kanten.