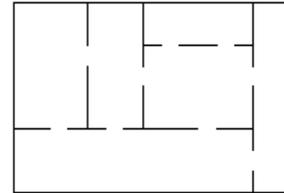


Probestudium: Übung am Dienstag

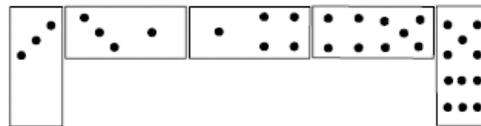
1. Die nebenstehende Skizze zeigt den Grundriss einer Wohnung. Ist es möglich, in dieser Wohnung einen Rundgang zu machen, so dass man durch jede Tür genau einmal hindurch kommt?



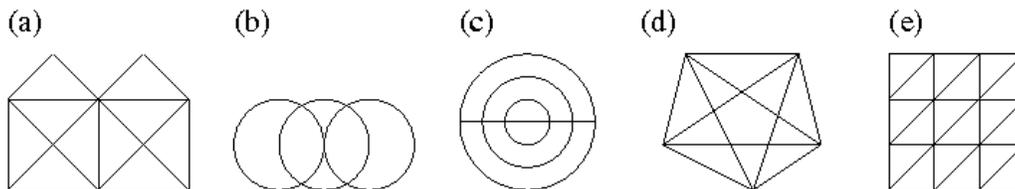
2. In einem Museum stehen die ausgestellten Gegenstände meist zu beiden Seiten von Gängen, z.B. wie in der Skizze dargestellt. Auf einem Rundgang möchten wir an allen Gegenständen genau einmal vorbeikommen. Am Ende möchten wir wieder am Eingang sein, der zugleich der Ausgang ist. Ist ein solcher Rundgang möglich?



3. Ein Dominospiel enthält für gewöhnlich alle Steine mit den Zahlenpaaren, die aus den Zahlen 0 bis 6 gebildet werden können. 0 steht für leer und jeder Stein kommt genau einmal vor, so dass es insgesamt 28 Steine gibt. Alle 28 Steine sollen so zu einer Kette aneinandergelegt werden, in der gleiche Zahlen benachbart sind, die sich schließt und die keine Verzweigungen enthält. (Wie das gemeint ist, zeigt das folgende Bild, das ein Teil einer solchen Kette sein könnte.) Ist dies möglich?

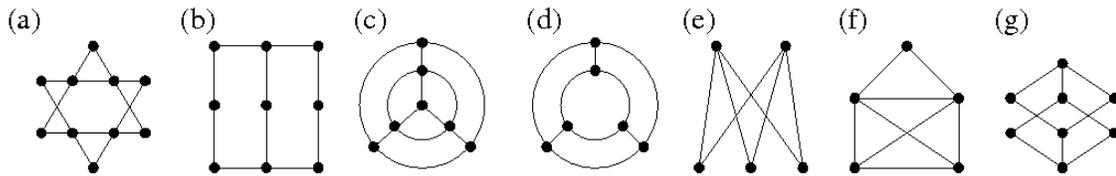


4. Welche der folgenden Figuren kann man zeichnen ohne mit dem Stift abzusetzen? Geben Sie entweder ein Beispiel für einen solchen Linienzug an, oder begründen Sie, warum es einen solchen nicht geben kann.

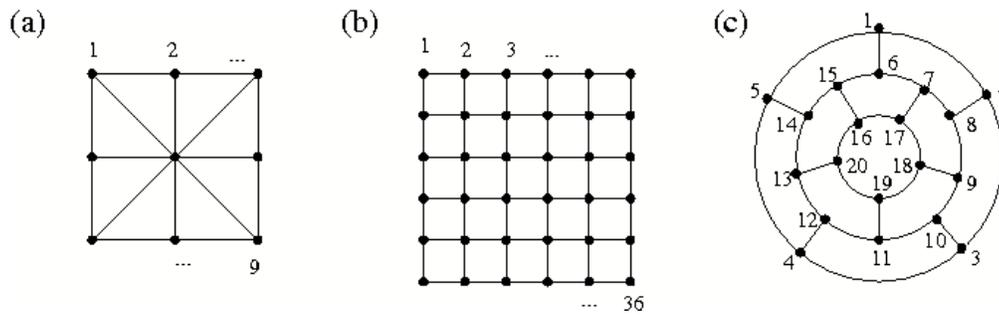


5. (*) Zeigen Sie: Hat ein Graph 4 Ecken mit ungeradem Grad und sonst lauter Ecken mit geradem Grad, so kann man ihn in 2 Linien zeichnen, jede von ihnen ohne abzusetzen, und zwar so, dass insgesamt keine Strecke doppelt gezeichnet wird, d.h. man kann mit zwei Wegen den ganzen Graphen abdecken.

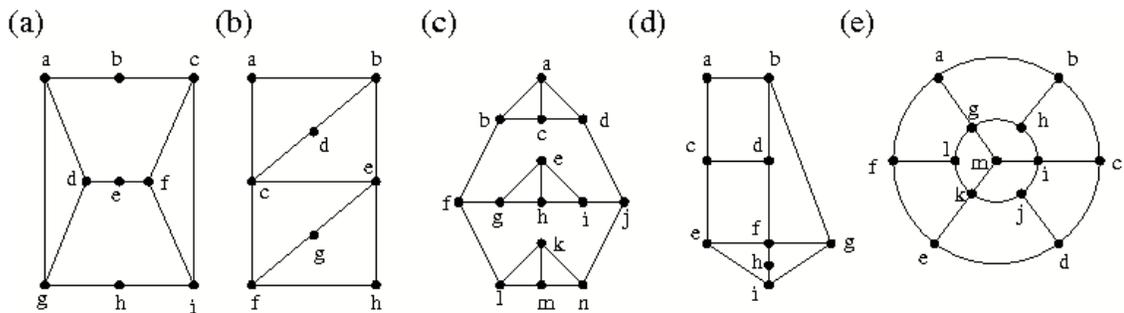
6. Von den folgenden Graphen haben drei keinen hamiltonschen Rundweg. Finden Sie heraus welche. Zeichnen Sie bei den anderen den hamiltonschen Rundweg ein.



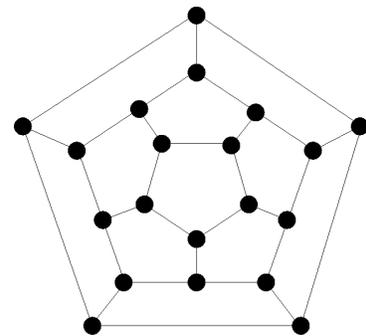
7. Finden Sie in jedem der folgenden Graphen einen hamiltonschen Rundweg:



8. (*) Finden Sie in jedem der folgenden Graphen einen hamiltonschen Weg, und beweisen Sie, dass kein hamiltonscher Rundweg existiert.



9. Der Mathematiker William Hamilton hat das Spiel "Reise um die Welt" erfunden. Das Spielbrett, rechts im Bild, besteht aus 20 Städten, die durch Straßen verbunden sind. Der erste Spieler legt den Beginn der Reise fest, wo die ersten 5 Städte besucht werden. Der zweite Spieler muss versuchen, die Reise fortzusetzen, so dass ein Rundweg entsteht, auf dem alle Städte besucht werden.



- (a) Formulieren Sie das Spiel als Graphentheorie-Problem.
- (b) Bilden Sie Paare, um das Spiel zu spielen. Welcher Spieler scheint einen Vorteil zu haben: der erste oder der zweite?