

Logische Grenzen der Mathematik

Prof. Dr. Franz Merkl

Mathematik besteht nicht nur aus Rechnen, sondern vor allem aus Beweisen mathematischer Theoreme. Formalisierte Beweise sind sprachliche Gebilde, die strengen logischen Regeln folgen müssen. Ausgehend von ersten Prinzipien, den Axiomen, werden dabei immer komplexere Aussagen hergeleitet.

Die Korrektheitsüberprüfung einer solchen Herleitung kann auch maschinell erfolgen. Ein berühmtes Beispiel ist ein maschinell überprüfter Beweis der Keplerschen Vermutung, ein altes Problem zur dichtesten Packung von Kugeln im Raum, das erst nach ca. 300 Jahren gelöst wurde. Dieser mit maschineller Hilfe unter der Leitung von Thomas Hales (Pittsburgh) gewonnene Beweis ist so groß, dass eine Überprüfung allein durch Menschen nicht mehr möglich war, sondern einen umfangreichen Computereinsatz erforderte.

Doch können alle wahren mathematischen Aussagen auch bewiesen werden? Hier hat Kurt Gödel logische Grenzen der Mathematik aufgezeigt: Sogar die Wahrheit arithmetischer Aussagen über natürliche Zahlen kann nicht vollständig durch Maschinen entschieden werden. In dem Vortrag sollen diese logischen Grenzen der Mathematik umrissen werden.