Dr. Iosif Petrakis

Wintersemester 17/18
08.12.2017

Logik

Blatt 8

Aufgabe 1. Für Aussagenvariablen P, Q betrachte man die Formeln

$$\mathrm{Peirce}_{P,Q} \equiv ((P \to Q) \to P) \to P,$$
$$\mathrm{Efq}_P \equiv \bot \to P,$$
$$\mathrm{Stab}_P \equiv \neg\neg P \to P.$$

Geben Sie Herleitungen für die folgenden Formeln an, und zwar jeweils als Herleitungsbaum und als Herleitungsterm,

$$\mathrm{Stab}_P \to \mathrm{Efq}_Q \to \mathrm{Peirce}_{P,Q},$$
$$\mathrm{Peirce}_{P,\bot} \to \mathrm{Efq}_P \to \mathrm{Stab}_P.$$

Aufgabe 2. Seien $R \subseteq X \times X$, R^+ der transitive Abschluss von R, und R^* der reflexive und transitive Abschluss von R.
(i) Formulieren Sie das Induktionsprinzip für R^*.
(ii) Man zeige:

$$\forall_{x,y,z \in X}(R^+(x,y) \wedge R^+(y,z) \Rightarrow R^+(x,z)).$$

Aufgabe 3. Seien $M, M', N \in \mathtt{Term}(\mathcal{D})$, so dass $M \to^* M'$. Man zeige:
(i) $MN \to^* M'N$,
(ii) $NM \to^* NM'$,
(iii) $\lambda_v M \to^* \lambda_v M'$.

Aufgabe 4. Sei $R \in \mathtt{Rel}^{(1)}$. Geben Sie eine normalsche klassische Herleitung an für

$$\tilde{\exists}_x\big(R(x) \to \forall_x R(x)\big).$$

Abgabe. Freitag, 15. Dezember 2017.

Besprechung. Freitag, 15. Dezember, in der Übung.