Dr. Iosif Petrakis Wintersemester 17/18

Logik

Blatt 2

Aufgabe 1. Seien $x, y, z \in \mathbb{R}$. Man zeige:

(i) $x \bowtie y \Rightarrow \neg(x =_{\mathbb{R}} y)$.
(ii) $\neg(x \bowtie x)$.
(iii) $x \bowtie y \Rightarrow y \bowtie x$.
(iv) $x \bowtie y \Rightarrow x \bowtie z \vee z \bowtie y$.
(v) $\neg(x \bowtie y) \Rightarrow x =_{\mathbb{R}} y$.

Aufgabe 2. Sei $x \in \mathbb{R}$, so dass $x \bowtie 0$. Es gibt $N \in \mathbb{N}^+$, so dass $|x_m| \geq \frac{1}{N}$, für alle $m \geq N$. Wir definieren

$$y_n \equiv \begin{cases} \frac{1}{x_{N^3}} & , n < N \\ \frac{1}{x_{nN^2}} & , n \geq N \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass die Folge $x^{-1} \equiv (y_n)_{n \in \mathbb{N}^+}$ in $\mathbb{R}$ ist.

Aufgabe 3. Seien $f, g \in \mathbb{B}(\mathbb{R})$, $\lambda \in \mathbb{R}$, und $h \in \mathbb{Q}[x]$.
Man zeige:

(i) $f + g \in \mathbb{B}(\mathbb{R})$.
(ii) $\lambda f \in \mathbb{B}(\mathbb{R})$.
(iii) $h \in \mathbb{B}(\mathbb{R})$.

Aufgabe 4. Sei $\mathbb{A}$ die Menge der algebraischen Zahlen, und sei ϱ die Royden Zahl.
Man zeige:

(i) Wenn $\varrho \in \mathbb{A}$, dann gibt es einen Beweis der Goldbachschen Vermutung oder ihrer Negation.
(ii) Seien $a, b \in \mathbb{A}$. Dann gilt:

$$ab = 0 \Rightarrow a = 0 \ \vee \ b = 0.$$

(iii) Geben Sie eine positive (ohne Negation) Definition der transzendenten Zahlen an.

Abgabe. Freitag, 03. November 2017.

Besprechung. Freitag, 03. November 2017, in der Übung.