

### Übungen zur Vorlesung “Logik”

**Aufgabe 1.** Seien  $\phi$  eine Formel und  $b, b'$  Belegungen über  $\mathcal{A}$ , so dass  $b'$  auf  $FV(\phi)$  mit  $b$  übereinstimmt. Dann gilt

$$\mathcal{A} \models \phi[b] \Leftrightarrow \mathcal{A} \models \phi[b'].$$

**Aufgabe 2.** Man zeige:

- (a)  $\models \phi \leftrightarrow \neg\neg\phi$
- (b)  $\models \phi \vee \neg\phi$
- (c)  $\Sigma \models \phi \rightarrow \psi \Rightarrow$  (wenn  $\Sigma \models \phi$  dann  $\Sigma \models \psi$ )
- (d)  $\Sigma \cup \{\phi\} \models \psi \Leftrightarrow \Sigma \models \phi \rightarrow \psi$
- (e)  $\models \phi \vee \psi \leftrightarrow \neg(\neg\phi \wedge \neg\psi)$

**Aufgabe 3.** Seien  $s, t$  Terme und sei  $v$  eine freie Variable. Dann gilt

$$(t[s/v])_b^A = t_{b_s^A}^A.$$

**Aufgabe 4.** Geben Sie eine Sprache  $\mathcal{L}$  und eine Formel  $\phi$  von  $\mathcal{L}$  an so dass

$$\models \exists x(\forall y\phi[y/w])[x/u] \rightarrow \forall y(\exists x\phi[x/u])[y/w]$$

und

$$\not\models \forall y(\exists x\phi[x/u])[y/w] \rightarrow \exists x(\forall y\phi[y/w])[x/u].$$

**Abgabe.** Donnerstag, 26. November 2015, in der Vorlesung.

**Besprechung.** Donnerstag, 26. November 2015, in der Übung.