Mathematisches Institut
der Universität München
Dr. habil. Josef Berger
Iosif Petrakis

Wintersemester 2015/2016
Blatt 3

Übungen zur Vorlesung “Logik”

“ϕ ist minimalistisch aus Σ herleitbar”, $\Sigma \vdash_m \phi$ gdw. es gibt eine Herleitung von ϕ mit Annahmenmenge $\Delta \subseteq \Sigma$, wobei keine $\perp$-Regel verfügbar ist. Wir schreiben $\mathcal{H}_m(\mathcal{D}, \phi, \Sigma)$.

Aufgabe 1. Wenn für alle Termen und Relationszeichen

$$\mathcal{H}_m(\mathcal{D}, t_1 \doteq t_2, \{\perp\}) \quad \text{und} \quad \mathcal{H}_m(\mathcal{D}', R(t_1, \ldots, t_n), \{\perp\}),$$

dann für alle Formeln ϕ gibt es eine Herleitung $\mathcal{D}''$ mit

$$\mathcal{H}_m(\mathcal{D}'', \phi, \{\perp\}).$$

Aufgabe 2. Man zeige:

(a) $\vdash_m \neg\neg\neg\phi \to \neg\phi$.

(b) $\{\neg\neg\psi \to \psi, \neg\neg(\phi \to \psi)\} \vdash_m \phi \to \psi$.

Aufgabe 3. Seien f ein einstelliges Funktionszeichen und 0 eine Konstante. Wir definieren

$$\begin{aligned} \text{LPO} &:= \forall x(f(x) \not\doteq 0) \vee \exists x(f(x) \doteq 0), \\ \text{WLPO} &:= \forall x(f(x) \not\doteq 0) \vee \neg\forall x(f(x) \not\doteq 0), \\ \text{MP} &:= \neg\forall x(f(x) \not\doteq 0) \to \exists x(f(x) \doteq 0). \end{aligned}$$

Man zeige:

(a) $\text{LPO} \vdash_i \text{MP}$.

(b) $\text{LPO} \vdash_m \text{WLPO}$.

(c) $\{\text{MP}, \text{WLPO}\} \vdash_m \text{LPO}$.

Abgabe. Donnerstag, 05. November 2015, in der Vorlesung.

Besprechung. Donnerstag, 05. November 2015, in der Übung.