



Logik

Blatt 5

Aufgabe 1. Sei $\Gamma, \Delta \subseteq \text{Form}$, und sei $\bar{\Gamma}$ definiert durch

$$\bar{\Gamma} \equiv \{A \in \text{Form} \mid \Gamma \vdash A\}.$$

Man zeige:

- (i) $\Gamma \subseteq \bar{\Gamma}$.
- (ii) $\Gamma \subseteq \Delta \Rightarrow \bar{\Gamma} \subseteq \bar{\Delta}$.
- (iii) $\bar{\bar{\Gamma}} = \bar{\Gamma}$.

Man zeige oder widerlege:

- (i) $\overline{\Gamma \cup \Delta} = \bar{\Gamma} \cup \bar{\Delta}$.
- (ii) $\overline{\Gamma \cap \Delta} = \bar{\Gamma} \cap \bar{\Delta}$.

Aufgabe 2. Geben Sie Herleitungen an für

- (i) $(A \vee B \rightarrow C) \leftrightarrow (A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)$,
- (ii) $(A \rightarrow B \vee C) \leftarrow (A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C)$.

Aufgabe 3. Geben Sie Herleitungen an für

- (i) $(A \rightarrow \forall_x B) \leftrightarrow \forall_x (A \rightarrow B)$ if $x \notin \text{FV}(A)$,
- (ii) $(\exists_x A \rightarrow B) \leftrightarrow \forall_x (A \rightarrow B)$ if $x \notin \text{FV}(B)$.

Aufgabe 4. Seien f ein einstelliges Funktionszeichen, 0 eine Konstante und $= \in \text{Rel}^{(2)}$. Wir definieren

$$\begin{aligned} \text{LPO} &\equiv \forall x (\neg f(x) = 0) \vee \exists x (f(x) = 0), \\ \text{WLPO} &\equiv \forall x (\neg f(x) = 0) \vee \neg \forall x (\neg f(x) = 0), \\ \text{MP} &\equiv \neg \forall x (\neg f(x) = 0) \rightarrow \exists x (f(x) = 0). \end{aligned}$$

Man zeige:

- (a) $\text{LPO} \vdash_i \text{MP}$.
- (b) $\text{LPO} \vdash \text{WLPO}$.
- (c) $\text{MP}, \text{WLPO} \vdash \text{LPO}$.

Abgabe. Freitag, 24. November 2017.

Besprechung. Freitag, 24. November 2017, in der Übung.