Prof. Dr. Tomasz Cieslak
Dr. Iosif Petrakis

Sommersemester 2016
09.06.2016

Analysis II für Statistiker

Blatt 9

Aufgabe 1. Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x, y, z) := x^2 + yz - e^x \cos z$$

für alle $x, y, z \in \mathbb{R}$, und sei $g(u, v_1, v_2)$, so dass

$$g(u, v_1, v_2) = f(x, y, z).$$

Berechnen Sie die partielle Ableitungen $\partial_u g, \partial_{v_1} g$ und $\partial_{v_2} g$ von g.

Aufgabe 2. Sei $V : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ und sei $\mathrm{rot}V : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$\mathrm{rot}V := \frac{\partial V_1}{\partial x_2} - \frac{\partial V_2}{\partial x_1},$$

wobei $V_1, V_2 : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, so dass $V = (V_1, V_2)$. Bestimmen Sie $\mathrm{rot}V$ mithilfe der Polarkoordinaten.

Aufgabe 3. Sei $V : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ und sei $\mathrm{div}V : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$\mathrm{div}V := \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial V_i}{\partial x_i},$$

wobei $V_1, V_2, V_3 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, so dass $V = (V_1, V_2, V_3)$. Bestimmen Sie $\mathrm{div}V$ mithilfe der Zylinderkoordinaten.

Aufgabe 4. Seien Funktionen $f, g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ und $\tilde{f}, \tilde{g} : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$, so dass

$$f(x_1, \dots, x_n) = \tilde{f}(r),$$

$$g(x_1, \dots, x_n) = \tilde{g}(r),$$

für alle $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}$, wobei

$$r = ||(x_1, \dots, x_n)||.$$

Berechnen Sie die Form

$$\Delta f + \nabla f \cdot \nabla g$$

mithilfe von r, wobei Δf durch

$$\Delta f := \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2}$$

definiert ist.