Prof. Dr. Tomasz Cieslak
Dr. Iosif Petrakis

Sommersemester 2016
19.05.2016

# Analysis II für Statistiker

## Blatt 6

**Aufgabe 1.** Sei $K$ eine beschränkte und geschlossene Teilmenge von $\mathbb{R}^n$. Zeigen Sie, dass $K$ kompakt ist.

**Aufgabe 2.** Sei $U \subset \mathbb{R}^n$ definiert durch

$$U := \{(x_1, \ldots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid x_1 > 0, \ldots, x_n > 0\},$$

und sei $f : U \to \mathbb{R}^2$ definiert durch

$$f(x_1, \ldots, x_n) = (\frac{x_1 + \ldots + x_n}{x_n^2 + x_1^2}, x_1 x_2 + \ln(x_n)).$$

Berechnenen Sie das Partielle Differential (Richtungsableitlung) $D_b f(x_0)$, wobei $x_0 = (1, 1, \ldots, 1)$ und $b = (1, 1, 0, \ldots, 0, 1)$.

**Aufgabe 3.** Seien Funktionen $\psi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ und $\phi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$, so dass
(i) $\psi(x) = o(||x||)$,
(ii) $\phi(x) = o(||x||)$,
und sei $A \in M^n(\mathbb{R})$. Zeigen Sie, dass

$$\psi(Ah + \phi(h)) = o(||h||)$$

gilt.

**Aufgabe 4.** Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x, y) := x + y,$$

für alle $x, y \in \mathbb{R}$. Ermitteln Sie den maximalen Wert von $f$ auf $S^1$, wobei

$$S^1 := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}.$$