Prof. Dr. Tomasz Cieslak
Dr. Iosif Petrakis

Sommersemester 2016
06.05.2016

Analysis II für Statistiker

Blatt 5

Aufgabe 1. Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ definiert durch

$$f(x, y, z) := (x^2 + e^y, zy^2),$$

für alle $x, y, z \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie die Jacobi-Matrix $Df(x_0)$ auf $x_0 = (3, 0, 1)$.

Aufgabe 2. Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x, y, z) := e^{-(x^2+y^2+z^2)},$$

für alle $x, y, z \in \mathbb{R}$. Ermitteln Sie den maximalen Wert von f auf D, wobei

$$D := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}.$$

Aufgabe 3. Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x, y, z) := xyz,$$

für alle $x, y, z \in \mathbb{R}$. Ermitteln Sie den maximalen Wert von f auf C, wobei

$$C := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}.$$

Aufgabe 4. Sei $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion und sei $m \geq 1$, so dass

$$f(tx_1, \ldots, tx_n) = t^m f(x_1, \ldots, x_n),$$

für alle $t, x_1, \ldots, x_n \in \mathbb{R}$. Man zeige:

$$(\nabla f, (x_1, \ldots, x_n)) = mf(x_1, \ldots, x_n),$$

für alle $x_1, \ldots, x_n \in \mathbb{R}$, wobei

$$(a, b) := \sum_{i=1}^{n} a_i, b_i,$$

für alle $a = (a_1, \ldots, a_n), b = (b_1, \ldots, b_n) \in \mathbb{R}^n$.