Prof. Dr. Tomasz Cieslak
Dr. Iosif Petrakis

Sommersemester 2016
04.05.2016

Analysis II für Statistiker

Blatt 4

Aufgabe 1. Seien $f, g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ konvexe Funktionen und $a, b \geq 0$. Zeigen Sie, dass die Funktion

$$af + bg$$

konvex ist.

Aufgabe 2. Berechnenen Sie das Partialle Differential $D_b f(x_0)$ der folgenden Funktionen:
(i) $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $f(x, y, z) = e^{x+y}y^z$, $x_0 = (0, 1, 1), b = (1, 5, 6)$.
(ii) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, definiert durch

$$f = (f_1, f_2, f_3) = (\frac{x}{1+y^2}, xy - 1, \sin x - y),$$

und $x_0 = (0, 4), b = (1, 1)$.
(iii) $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, definiert durch

$$f(x_1, \ldots, x_n) = \frac{x_1}{(x_1 + \ldots + x_{n-1})^2 + 1} + x_n x_1,$$

und $x_0 = (1, 1, 0, \ldots, 0, 1), b = (1, 0, \ldots, 0, 1)$.

Aufgabe 3. Sei (X, ρ) ein metrischer Raum und sei $K : [0, +\infty) \to \mathbb{R}$, so dass
(i) $K(0) = 0$.
(ii) $K(a) > 0$, für alle $a > 0$.
(iii) Wenn $a \leq b$, dann $K(a) \leq K(b)$, für alle $a, b \geq 0$.
(iv) K konkav ist.
Zeigen Sie, dass $(X, K \circ \rho)$ ein metrischer Raum ist.

Aufgabe 4. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine konvexe Funktion. Zeigen Sie, dass f eine stetige Funktion ist.