LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN
MATHEMATISCHES INSTITUT

Prof. Dr. Tomasz Cieslak
Dr. Iosif Petrakis

Sommersemester 2016
28.04.2016

Analysis II für Statistiker

Blatt 3

Aufgabe 1. Untersuchen Sie, ob die Matrix

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 & 2 \\ 0 & -1 & -8 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

positiv definit oder negativ definit ist.

Aufgabe 2. Sei $C([0,1])$ ausgestattet mit der Norm

$$||f|| := \sup\{|f(x)| \mid x \in [0,1]\}.$$

(i) Zeigen Sie, dass die Funktion $e : C([0,1]) \to \mathbb{R}$, definiert durch

$$e(f) := f(\frac{1}{2016}),$$

für alle $f \in C([0,1])$, stetig ist.

(ii) Sei $M^n(\mathbb{R})$ ausgestattet mit der Norm

$$||A|| := \sup\{||Ax|| \mid x \in \mathbb{R}^n, ||x|| = 1\}.$$

Untersuchen Sie (durch Zeigen oder Widelegen), ob die Funktion $\phi : M^n(\mathbb{R}) \to C([0,1])$, definiert durch

$$\phi(A)(t) := a_{11}t + a_{nn}e^t \qquad t \in [0,1],$$

für alle $A \in M^n(\mathbb{R})$, stetig ist.

Aufgabe 3. Man zeige:
Jede offene Menge von $\mathbb{R}$ kann eindeutig als abzählbare Vereinigung disjunkter, offener Intervalle geschrieben werden.

Aufgabe 4. Sei X ein vollständiger metrischer Raum, sei $k \geq 2$ und seien $f, g : X \to X$.

(i) Wenn $f^k = f \circ \ldots \circ f$ eine Kontraktion ist, dann besitzt f genau einen Fixpunkt.

(ii) Wenn f eine Kontraktion ist und $f \circ g = g \circ f$, dann gibt es genau ein x in X, so dass $f(x) = g(x) = x$.

Abgabe. Mittwoch, 04. Mai 2016, 18:00, Raum B 332.