Prof. Dr. Tomasz Cieslak
Dr. Iosif Petrakis

Sommersemester 2016
16.06.2016

Analysis II für Statistiker

Blatt 10

Aufgabe 1. Ein Unternehmen hat 90 Millionen Euro zur Verfügung. Mit diesem Geld sollen Maschinen vomTyp A für 3 Millionen Euro pro Stück und Maschinen vom Typ B für 5 Millionen Euro pro Stück gekauft werden. Sei x die Anzahl von Maschinen vom Typ A und sei y die Anzahl von Maschinen vom Typ B, die gekauft werden sollen. Damit der Nutzen vom kauf maximal wird, möchte das Unternehmen das Produkt xy maximieren. Wie viel Stück von Maschinen jeder Sorte sollen jeweils gekauft werden?

Aufgabe 2. Sei T definiert durch

$$T := \{(x, y, z) \mid (2 - \sqrt{x^2 + y^2})^2 + z^2 - 1 = 0, x + y = 0\},$$

und sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x, y, z) := x + z,$$

für alle $x, y, z \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie die Maximalwerten von f auf T.

Aufgabe 3. Sei S definiert durch

$$S := \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0\},$$

und sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x, y, z) := zx + \frac{1}{3}y^2,$$

für alle $x, y, z \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie die Maximalwerten von f auf S.

Aufgabe 4. Seien $p, q \in (1, +\infty)$, so dass

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1,$$

und seien $x_1, \ldots, x_k, y_1, \ldots, y_k \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass die folgenden Gleichungen stimmen.

(i) $$\sum_{i=1}^{k} (|x_i| + |y_i|)^p = \sum_{i=1}^{k} (|x_i| + |y_i|)^{p-1} |x_i| + \sum_{i=1}^{k} (|x_i| + |y_i|)^{p-1} |y_i|.$$

(ii) $$\sum_{i=1}^{k} (|x_i| + |y_i|)^{p-1} |x_i| \leq (\sum_{i=1}^{k} (|x_i| + |y_i|)^p)^{\frac{1}{q}} (\sum_{i=1}^{k} |x_i|^p)^{\frac{1}{p}}.$$

(iii) $$(\sum_{i=1}^{k} (|x_i| + |y_i|)^p)^{\frac{1}{p}} \leq (\sum_{i=1}^{k} |x_i|^p)^{\frac{1}{p}} + (\sum_{i=1}^{k} |y_i|^p)^{\frac{1}{p}}.$$

[**Hinweis:** Für (ii) verwenden Sie die Höldersche Ungleichung.]