Priv.-Doz. Dr. Josef Berger
Dr. Iosif Petrakis

Wintersemester 16/17
14.12.2016

Logik

Blatt 9

Aufgabe 1. Sei $A \subseteq \mathbb{N}$ die Menge der ungeraden Zahlen. Zeigen Sie, dass A rekursiv ist.

Aufgabe 2. Sei P die Menge der Primzahlen und seien

$$n_1 = 2^{11} - 1, \quad n_2 = 2^{17} - 1.$$

Zeigen Sie, dass $P \setminus \{n_1\}$ und $P \setminus \{n_2\}$ rekursiv sind.

Aufgabe 3. Zeigen Sie, dass die Menge

$$\{\pi(l, k) \mid l, k \in \mathbb{N}\}$$

rekursiv ist.

Aufgabe 4. (i) Für alle n, m und $k_1, \ldots, k_n, l_1, \ldots, l_m$ gilt:

$$\langle k_1, \ldots, k_n \rangle = \langle l_1, \ldots, l_m \rangle \;\Rightarrow\; n = m \text{ und } (k_1, \ldots, k_n) = (l_1, \ldots, l_n).$$

(ii) Für festes n ist die Funktion $\langle \cdot \rangle : \mathbb{N}^n \to \mathbb{N}$

$$(k_1, \ldots, k_n) \mapsto \langle k_1, \ldots, k_n \rangle$$

rekursiv.
(iii) Die Relation fol ist rekursiv.

Aufgabe 5. (i) Sei $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definiert durch

$$f(n) = \begin{cases} 1 & , \exists m (n = m^{2016}) \\ 0 & , \text{andernfalls} \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass f rekursiv ist.

(ii) Seien $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ rekursive Funktionen. Zeigen Sie, dass die Funktion

$$h(n) := \max\{f(n), g(n)\}$$

rekursiv ist.
(iii) Sei $f : \mathbb{N}^{k+1} \to \mathbb{N}$ rekursive Funktion. Zeigen Sie, dass die Funktion

$$g(\vec{n}, m) := \sum_{i \leq m} f(\vec{n}, i)$$

rekursiv ist.

Aufgabe 6. Sei $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ definiert durch

$$f(0) = f(1) = 2$$

$$f(n+2) = 3f(n) + 4f(n+1).$$

Zeigen Sie, dass f rekursiv ist.

Abgabe. Donnerstag, 12. Januar 2017.

Besprechung. Freitag, 13. Januar 2017, in der Übung.