

Übungen zur Vorlesung “Mathematische Logik”

Aufgabe 1. Sei $F : \mathbb{N}^n \rightarrow \mathbb{N}$. Zeigen Sie:

F ist rekursiv gdw der Graph von F ist eine rekursive Relation.

Aufgabe 2. Sei $\mathfrak{N} = (\mathbb{N}, +, \cdot, 0, 1)$. Weiterhin sei $F : \mathbb{N}^n \rightarrow \mathbb{N}$ rekursiv. Zeigen Sie:

es gibt Formel ϕ mit den freien Variablen x_1, \dots, x_n, y , sodass für alle $k_1, \dots, k_n, m \in \mathbb{N}$:

$$\mathfrak{N} \models \phi_{\vec{x}, y}[k_1, \dots, k_n, m] \text{ gdw } F(k_1, \dots, k_n) = m.$$

Aufgabe 3. Eine reelle Zahl a heißt rekursiv, wenn es rekursive Funktionen $F, G : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ($G(n) \neq 0$) gibt mit

$$\left| a - \frac{F(n)}{G(n)} \right| < \frac{1}{n},$$

für alle $n > 0$. Zeigen Sie, dass die rekursiven reellen Zahlen einen Unterkörper von \mathbb{R} bilden.

Abgabe. Donnerstag, 19. Dezember 2013, in der Vorlesung.

Besprechung. Donnerstag, 19. Dezember 2013, in der Übung.