

Übungen zur Vorlesung “Mathematische Logik”

Aufgabe 1. Sei $\mathfrak{N} = (\mathbb{N}, +, \cdot, 0, 1)$, und sei $L = \{+, \cdot, 0, 1\}$ die zugehörige Sprache. Sei ϕ die L -Formel $\exists z z \cdot x = y$. Für $n \in \mathbb{N}$ seien konstante L -Terme s_n rekursiv definiert durch $s_0 = 0$, $s_{n+1} = s_n + 1$. Sei P die Menge aller Primzahlen und $M \subseteq P$. Man zeige:

es existieren $\mathfrak{A} \equiv \mathfrak{N}$ und $a \in \mathfrak{A}$ mit $M = \{p \in P \mid \mathfrak{A} \models \phi_{x,y}[s_p, a]\}$.

Aufgabe 2. Zeigen Sie, dass folgende Regel ableitbar ist:

$$\frac{s_1 = s_2 \quad s_2 = s_3}{s_1 = s_3} \quad (s_1, s_2, s_3 \text{ Terme})$$

Aufgabe 3. Zeigen Sie, dass folgende drei Regeln ableitbar sind:

$$\frac{\Gamma \phi}{\Gamma \neg \neg \phi} \quad ; \quad \frac{\Gamma \forall x \phi}{\Gamma \exists x \phi} \quad ; \quad \frac{\Gamma \phi \psi}{\Gamma (\phi \rightarrow \psi)}$$

(Γ leer oder Sequenz, ϕ, ψ Formeln)

Abgabe. Donnerstag, 12. Dezember 2013, in der Vorlesung.

Besprechung. Donnerstag, 12. Dezember 2013, in der Übung.