

Übungen zur Vorlesung “Mathematische Logik”

Aufgabe 1. Sei T eine L -Theorie. Weiterhin sei ϕ gleich $\forall x \exists y \psi$ eine L -Aussage mit $T \models \phi$. Sei f ein neues einstelliges Funktionszeichen. Setze

$$T^* = T \cup \{\forall x \psi_y(f(x))\},$$

wobei die Substitution erlaubt sei. Man zeige:

Für alle L -Aussagen θ : (Wenn $T^* \models \theta$, so $T \models \theta$).

Aufgabe 2. Seien T eine L -Theorie und ϕ eine L -Aussage. Weiterhin gelte $\mathfrak{A} \models \phi$ für jedes unendliche Modell \mathfrak{A} von T .

Man zeige:

Es existiert $k \in \mathbb{N}$, so dass $\mathfrak{B} \models \phi$ für jedes Modell \mathfrak{B} von T , das mindestens k Elemente hat.

Aufgabe 3. Seien T_1, T_2 L -Theorien. Weiterhin sei $T_1 \cup T_2$ nicht erfüllbar.

Man zeige:

Es existiert eine L -Aussage ϕ mit $T_1 \models \phi$ und $T_2 \models \neg\phi$.

Abgabe. Donnerstag, 28. November 2013, in der Vorlesung.

Besprechung. Donnerstag, 05. Dezember 2013, in der Übung.