Mathematisches Institut
der Universität München
Prof. Dr. Hans-Dieter Donder
Iosif Petrakis

Wintersemester 2013/2014
Blatt 4

Übungen zur Vorlesung "Mathematische Logik"

Aufgabe 1. Sei ϕ die Aussage

$$\exists x_1 \forall x_2 \exists x_3 \exists x_4 (R(x_1, x_2, x_3) \wedge \neg R(x_2, x_3, x_4)).$$

Bestimmen Sie eine Skolemsche Normalform von ϕ, und zeigen Sie, dass ϕ erfüllbar ist.

Aufgabe 2. Sei ϕ eine reine $\forall$-Aussage, in der keine Funktionszeichen vorkommen. Weiterhin sei ϕ erfüllbar. Zeigen Sie, dass ϕ ein Modell mit endlichem Träger besitzt.

Aufgabe 3. Für eine L-Theorie erster Stufe T sei

$$C_L(T) = \{\phi \in \mathrm{Auss}_L \mid T \models \phi\}.$$

Seien $T, \overline{T}$ L-Theorien erster Stufe. Man zeige:

(a) $T \subseteq C_L(T)$.

(b) Wenn $T \subseteq \overline{T}$, so $C_L(T) \subseteq C_L(\overline{T})$.

(c) $C_L(C_L(T)) = C_L(T)$.

Aufgabe 4. Sei D eine Menge. Gebem Sie eine erfüllbare Theorie erster Stufe T an mit der Eigenschaft:

Ist $\mathfrak{A}$ ein Modell von T, so gibt es eine injektive Abbildung von D in den Träger von $\mathfrak{A}$.

Abgabe. Donnerstag, 14. November 2013, in der Vorlesung.

Besprechung. Donnerstag, 14. November 2013, in der Übung.