

### Übungen zur Vorlesung “Mathematische Logik”

**Aufgabe 1.** Seien  $A, B \subseteq \mathbb{N}$  rekursiv aufzählbar. Zeigen Sie, dass  $A \cap B$  und  $A \cup B$  rekursiv aufzählbar sind.

**Aufgabe 2.** Sei  $R \subseteq \mathbb{N}$  rekursiv aufzählbar und unendlich. Zeigen Sie, dass es eine injektive rekursive Funktion  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  gibt mit  $R = \{f(n) \mid n \in \mathbb{N}\}$ .

**Aufgabe 3.** Sei  $R \subseteq \mathbb{N}$  rekursiv aufzählbar und unendlich. Zeigen Sie, dass  $R$  eine unendliche rekursive Teilmenge besitzt.

**Aufgabe 4.** Sei  $T$  eine widerspruchsfreie rekursive Theorie. Weiterhin sei  $A \subseteq \mathbb{N}$  repräsentierbar in  $T$ . Zeigen Sie, dass  $A$  rekursiv ist.

**Abgabe.** Donnerstag, 16. Januar 2014, in der Vorlesung.

**Besprechung.** Donnerstag, 16. Januar 2014, in der Übung.