Daniel Rost
Lukas-Fabian Moser

Lineare Algebra und analytische Geometrie I
7. Zentralübungsblatt

Man kreuze richtig an:

1) Es sei $V = \mathbb{R}^2$ und $u = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ sowie $v = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Dann gilt $\alpha u + \beta v = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \end{pmatrix}$ für ...

   a) $\alpha = 2, \quad \beta = -2$ b) $\alpha = 1, \quad \beta = -1$ c) $\alpha = 1, \quad \beta = 1$ d) $\alpha = -1, \quad \beta = 1$

2) Man betrachte die folgenden beiden Eigenschaften einer Teilmenge $U \subset \mathbb{R}^2$:

   $(*)$ Die Summe zweier beliebiger Elemente von U liegt stets wieder in U.
   $(**)$ Jedes skalare Vielfache eines beliebigen Elementes von U liegt stets wieder in U.

   Welche der folgenden Mengen hat die Eigenschaft $(*)$, welche die Eigenschaft $(**)$?

   a) $U = \left\{ x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \,|\, x_1 \geq 0 \right\}$
   b) $U = \left\{ x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \,|\, x_1 \cdot x_2 \geq 0 \right\}$
   c) $U = \left\{ x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \,|\, x_1 = 3x_2 \right\}$
   d) $U = \left\{ x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \,|\, x_1^2 + x_2^2 = 1 \right\}$

3) Es sei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und $b \in \mathbb{R}^m$. Dann ist die Lösungsmenge L des linearen Gleichungssystems $A \cdot x = b$ ...

   a) stets ein Untervektorraum von $\mathbb{R}^n$
   b) stets ein Untervektorraum von $\mathbb{R}^m$
   c) nur im Fall $L \neq \emptyset$ ein Untervektorraum von $\mathbb{R}^n$
   d) nur im Fall $b = 0$ ein Untervektorraum von $\mathbb{R}^n$
   e) nur im Fall $L \neq \emptyset$ ein Untervektorraum von $\mathbb{R}^m$
   f) nur im Fall $b = 0$ ein Untervektorraum von $\mathbb{R}^m$

4) Welche der folgenden Mengen sind Untervektorräume von $\mathrm{Pol}(\mathbb{R})$?

   a) $\{f \in \mathrm{Pol}(\mathbb{R}) \,|\, \mathrm{Grad}(f) = 2\}$
   b) $\{f \in \mathrm{Pol}(\mathbb{R}) \,|\, \mathrm{Grad}(f) \geq 2 \text{ oder } f = 0\}$
   c) $\{f \in \mathrm{Pol}(\mathbb{R}) \,|\, f = aX^2 + aX + a \text{ mit } a \in \mathbb{R}\}$
   d) $\{f \in \mathrm{Pol}(\mathbb{R}) \,|\, f = aX^3 + bX \text{ mit } a, b \in \mathbb{R}\}$