Mathematisches Institut der Universität München
Wintersemester 2014/15

Daniel Rost
Lukas-Fabian Moser

Lineare Algebra und analytische Geometrie I
13. Zentralübungsblatt

Man kreuze richtig an: (Wenn nichts anderes angegeben ist, bezeichnet V einen $\mathbb{R}$-Vektorraum.)

1) Es sei $A \in \mathbb{R}^{3\times 5}$ gegeben. Es sei $L_0 \subset \mathbb{R}^5$ der Lösungsraum von $A \cdot x = 0$. Angenommen, es gilt $\dim L_0 = 2$. Dann ist $\mathrm{Rang}(A) = \ldots$

   a) 1 b) 2 c) 3 d) 4

2) Es sei $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$ und $b \in \mathbb{R}^m$. Angenommen, es gilt $\mathrm{Rang}(A) \neq \mathrm{Rang}\,(A \mid b)$. Dann ist …

   a) $\mathrm{Rang}\,(A \mid b) = \mathrm{Rang}(A) + 1$
   b) das LGS $A \cdot x = b$ unlösbar.
   c) das LGS $A \cdot x = b$ lösbar.
   d) das LGS $A \cdot x = 0$ nicht eindeutig lösbar.

3) Durch welche Abbildungsvorschrift wird eine lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ definiert?

   a) $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 + 5 \\ x_2 \end{pmatrix}$
   b) $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 + 3x_2 \\ 0 \end{pmatrix}$
   c) $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1^2 \\ x_1 \end{pmatrix}$
   d) $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_1 \cdot x_2 \\ x_2 \end{pmatrix}$

4) Die lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x_2 - x_1 \\ x_1 \\ 0 \end{pmatrix}$ läßt sich schreiben als $f = \ell_A$ mit $A = \ldots$

   a) $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
   b) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
   c) $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
   d) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$