Mathematisches Institut der Universität München
Wintersemester 2014/15

Daniel Rost
Lukas-Fabian Moser

Lineare Algebra und analytische Geometrie I
8. Übungsblatt

Aufgabe Ü-1.

a) Im Vektorraum $V = \mathbb{R}^{2\times 2}$ seien

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix},$$

gegeben. Man untersuche, ob die Matrizen

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -6 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

sich als Linearkombinationen von A_1, A_2, A_3 schreiben lassen, und gebe gegebenenfalls eine solche Darstellung an.

b) Im Vektorraum $V = \operatorname{Pol}(\mathbb{R})$ seien $f_1 = x + 1$, $f_2 = x^2 + x$ und $f_3 = x^3 + x^2$ gegeben. Man untersuche, ob $g = 2x^3 + 3x^2 - 1$ und $h = x^3 - x^2 + x - 1$ sich Linearkombinationen von f_1, f_2, f_3 schreiben lassen, und gebe gegebenenfalls eine solche Darstellung an.

Aufgabe Ü-2. Im Vektorraum $\mathbb{R}^4$ seien

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \text{sowie} \qquad u = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad w = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

gegeben. Man bestimme alle Vektoren $v \in \mathbb{R}^4$, die Linearkombinationen von v_1, v_2, v_3 sind, und gebe für u und w eine solche Darstellung an, sofern sie existiert.

Aufgabe Ü-3 (Staatsexamen Frühjahr 2000). Gegeben seien die beiden Unterräume

$$U = \mathbb{R} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \mathbb{R} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad W = \mathbb{R} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \mathbb{R} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

des $\mathbb{R}^3$. Man bestimme einen Vektor $v \in \mathbb{R}^3$ mit $U \cap W = \mathbb{R} \cdot v$.

Aufgabe Ü-4. Man zeige, daß die beiden Unterräume

$$U = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle \quad \text{und} \quad U = \left\langle \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} \right\rangle$$

des reellen Vektorraums $\mathbb{R}^3$ übereinstimmen.

Die Lösungen sind spätestens am **Montag, 22. Dezember 2014, 12 Uhr** im Übungskasten der Vorlesung (im 1. Stock vor der Bibliothek) einzuwerfen. Bitte die Angabe des eigenen Namens nicht vergessen!