

## Grundlagen der Mathematik I – 3. Übungsblatt

**Aufgabe 1.** Es seien  $M$  und  $N$  Mengen.

a) Man zeige, daß die folgenden Aussagen gleichwertig sind:

- (i)  $M \cap N = M$ .
- (ii)  $M \cup N = N$ .
- (iii)  $M \setminus N = \emptyset$ .
- (iv)  $M \subset N$ .

b) Man gebe eine zu  $M \subsetneq N$  gleichwertige Aussage unter Verwendung der Mengen  $N \setminus M$  und  $M \setminus N$  an (mit Begründung!).

**Aufgabe 2.** Für zwei Mengen  $A, B$  ist die *symmetrische Differenz*  $A \Delta B$  definiert als  $A \Delta B := (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ .

a) Man schreibe die Menge  $A \Delta B$  in der Form  $\{x \mid P(x)\}$  und verwende bei der Formulierung der Aussage  $P(x)$  die logischen Zeichen  $\wedge$  und  $\vee$ .

b) Man zeige, daß für Mengen  $A, B, C$  gilt:

- (i)  $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ .
- (ii)  $(A \Delta B) \cap C = (A \cap C) \Delta (B \cap C)$ .
- (iii)  $(A \cap B) \Delta C \supset (A \Delta C) \cap (B \Delta C)$ .

Man mache sich die Mengen jeweils auch an einer Zeichnung anschaulich.

Gilt in (iii) auch Gleichheit?

**Aufgabe 3.** Man beweise oder widerlege die folgenden Aussagen:

- a)  $\forall a, b \in \mathbb{Z} : (a \cdot b \text{ ist ungerade} \implies a + b \text{ ist gerade})$
- b)  $\forall a, b \in \mathbb{Z} : ((a + b \text{ und } a \cdot b \text{ sind gerade}) \implies (a \text{ und } b \text{ sind gerade}))$
- c)  $\forall a \in \mathbb{Z} \exists b \in \mathbb{Z} \forall c \in \mathbb{Z} : (a + b) \cdot c \text{ ist gerade}$
- d)  $\exists a \in \mathbb{Z} \forall b \in \mathbb{Z} \exists c \in \mathbb{Z} : (a + b) \cdot c \text{ ist gerade}$

**Aufgabe 4.** Es seien  $A$  und  $B$  Mengen.

- a) Man zeige  $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subset \mathcal{P}(A \cup B)$ .
- b) Man gebe Beispiele für  $A$  und  $B$  mit  $\mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B) \subsetneq \mathcal{P}(A \cup B)$  an.
- c) Man zeige  $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cap B)$ .

Die Lösungen sind spätestens am **Freitag, 15. November 2013, 12 Uhr** im Übungskasten der Vorlesung (im 1. Stock vor der Bibliothek) einzuwerfen. Bitte die Angabe des eigenen Namens und der Bezeichnung des bei der Anmeldung angegebenen Tutoriums (A-E oder X) nicht vergessen!