Mathematisches Institut der Universität München — Daniel Rost
Wintersemester 2013/14 — Lukas-Fabian Moser

Grundlagen der Mathematik I – 8. Tutoriumsblatt

Aufgabe 1 (Injektivität und Surjektivität). Man gebe (durch Zeichnen des Graphen, evtl. auch durch Angabe eines Funktionsterms) Beispiele für Abbildungen des folgenden Typs an:

a) Eine surjektive Abbildung $[0,1[\to [0,2]$.

b) Eine surjektive Abbildung $]0,1[\to [0,2]$.

c) Eine injektive Abbildung $[-1,1] \to]0,1[$.

Tatsächlich gibt es sogar *bijektive* Abbildungen zwischen all diesen Intervallen; diese sind aber um einiges schwieriger anzugeben.

Aufgabe 2 (Merkwürdiges bei unendlichen Mengen). Man gebe Abbildungen $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ und $g : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ mit den folgenden Eigenschaften an:

a) f ist injektiv, aber nicht surjektiv.

b) g ist surjektiv, aber nicht injektiv.

Aufgabe 3 (Bestimmung einer Umkehrfunktion I). Man zeige, daß die Abbildung

$$f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, \quad f(x,y) = (3x-4y, 4x-5y)$$

bijektiv ist, und gebe die Umkehrabbildung $f^{-1} : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ explizit an.

Aufgabe 4 (Bestimmung einer Umkehrfunktion II). Man zeige, daß die Abbildung

$$f : \mathbb{R} \to]-1,1[, \quad f(x) = \frac{x}{1+|x|}$$

bijektiv ist, und bestimme ihre Umkehrfunktion.

Dieses Blatt wird in den Tutorien im Zeitraum 11.–13. Dezember 2013 behandelt.