Mathematisches Institut der Universität München
Wintersemester 2013/14

Daniel Rost
Lukas-Fabian Moser

Grundlagen der Mathematik I – 7. Tutoriumsblatt

Aufgabe 1 (Bilder und Urbilder). Es seien M, N Mengen, $f : M \to N$ eine Abbildung und $A \subset M$ eine Teilmenge.

a) Man zeige, daß $A \subset f^{-1}(f(A))$ gilt.

b) Man gebe ein Beispiel an, in dem $A \subsetneqq f^{-1}(f(A))$ gilt.

Aufgabe 2 (Eigenschaften von Abbildungen). Welche der folgenden Abbildungen sind injektiv, surjektiv bzw. bijektiv?

a) $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{R},\ x \mapsto (x - \frac{1}{3})^2$

b) $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto (x - \frac{1}{3})^2$

c) $h : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N} \times \mathbb{N}\ (x, y, z) \mapsto (xy, yz)$

d) $k : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R} \times \mathbb{R},\ (x, y) \mapsto (x + y, x - y)$.

Aufgabe 3 (Kompositionen von Abbildungen). Gegeben seien die Abbildungen

$$f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, \quad f(x) = x + 1$$

$$\text{und} \quad g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, \quad g(x) = \begin{cases} x - 1, & \text{falls } x \geq 2, \\ 1, & \text{falls } x = 1. \end{cases}$$

Man untersuche f und g sowie $f \circ g$ und $g \circ f$ auf Injektivität und Surjektivität.

Aufgabe 4 (Einige Bijektionen). Man gebe Beispiele für Abbildungen des folgenden Typs an:

a) Eine bijektive Abbildung $\mathbb{N} \to \mathbb{N}_0$.

b) Eine bijektive Abbildung $\mathbb{N}_0 \to \mathbb{Z}$.

c) Eine bijektive Abbildung $\mathbb{Z} \to \mathbb{Z} \setminus \{0\}$.

Dieses Blatt wird in den Tutorien im Zeitraum 4.–6. Dezember 2013 behandelt.