

Grundlagen der Mathematik I – 6. Tutoriumsblatt

Aufgabe 1 (Lösen von Ungleichungen). Man gebe die Menge

$$L := \left\{ x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 1\} \mid \frac{2}{x-1} - \frac{x-2}{x+3} \leq -1 \right\}$$

mit geeigneten Intervallen an und skizziere sie auf der Zahlengeraden.

Aufgabe 2 (Rechnen mit Beträgen). Es sei $(K, +, \cdot, <)$ ein angeordneter Körper. Man zeige für alle $a, b \in K$ und alle $\varepsilon \in K^+$:

a) $|a - b| = |b - a|$.

b) $|a| = |b| \iff a = \pm b \iff a^2 = b^2$.

Beachte: $a = \pm b$ ist eine Kurzschreibweise für $(a = b) \vee (a = -b)$.

c) $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$ sowie $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$ für $b \neq 0$.

d) $|a - b| < \varepsilon \iff a - \varepsilon < b < a + \varepsilon$.

Aufgabe 3 (Bild und Urbild). Gegeben sei die Abbildung

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad x \mapsto \begin{cases} x & \text{falls } x \text{ ungerade,} \\ \frac{x}{2} & \text{falls } x \text{ gerade} \end{cases}$$

sowie die Menge $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

a) Man bestimme $f(x)$ für jedes $x \in M$ und gebe das Bild $f(M)$ der Menge M unter f an.

b) Man bestimme das Urbild $f^{-1}(M)$ der Menge M unter f .

Aufgabe 4 (Angabe von Abbildungen). Es seien r, s natürliche Zahlen. Man untersuche, für welche Werte von r und s durch

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, \quad x \mapsto \text{die Zahl } y \text{ mit der Eigenschaft } \frac{y + r \cdot x}{y + s \cdot x} = 2$$

eine Abbildung definiert wird, und gebe f explizit an.