

Gleichungen, Lösungsformeln, n -Ecke – 1. Übungsblatt

Aufgabe 1. Bestimme alle reellen Lösungen der kubischen Gleichung $x^3 + 2x + 3 \stackrel{!}{=} 0$.

Aufgabe 2. Bestimme eine Lösung der kubischen Gleichung $x^3 - 6x^2 + 30x + 25 \stackrel{!}{=} 0$.

Aufgabe 3. Wir haben gesehen, daß $x = u + v$ eine Lösung der kubischen Gleichung

$$x^3 + 3uvx - (u^3 + v^3) \stackrel{!}{=} 0$$

ist. Bestimme (durch Polynomdivision und Lösen einer quadratischen Gleichung) die anderen Lösungen und verbessere damit die Formel von Cardano so, daß sie (bis zu) drei Lösungen einer beliebigen kubischen Gleichung liefert.

Aufgabe 4. Es sei $F = a_n X^n + \dots + a_1 X + a_0$ ein Polynom mit ganzzahligen Koeffizienten a_0, \dots, a_n , und es sei $a_n \neq 0$. Beweise: Ist x eine rationale Nullstelle von F , also $F(x) = 0$, so hat x die Form $x = \frac{p}{q}$ mit teilerfremden ganzen Zahlen p und q , wobei p ein Teiler von a_0 und q ein Teiler von a_n ist.

*(Da es nur endlich viele rationale Zahlen dieser Form gibt, kann man also rationale Lösungen von polynomia-
len Gleichungen mit ganzzahligen oder sogar rationalen Koeffizienten durch Ausprobieren finden – wie geht das
genau?)*

Keine Abgabe und Korrektur. Fragen zu den Aufgaben können gerne per Mail, in der Sprechstunde oder nach der Vorlesung gestellt werden.