

## Grundlagen der Mathematik II – 5. Zentralübungsblatt

### Aufgaben:

1) Man betrachte die beiden folgenden Relationen auf der Menge  $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ :

$$R_1 = \{(1, 1), (1, 4), (1, 5), (2, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 4), (4, 5), \\ (5, 1), (5, 4), (5, 5)\}$$

$$R_2 = \{(1, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 3), (4, 1), (4, 2), (4, 4), (5, 1), \\ (5, 2), (5, 3), (5, 5)\}$$

- Man stelle jede der Relationen graphisch dar.
- Man untersuche jede der Relationen auf Reflexivität, Symmetrie/Antisymmetrie und Transitivität.
- Falls eine der Relationen eine Äquivalenzrelation ist, bestimme man die zugehörigen Äquivalenzklassen.
- Falls eine der Relationen eine Ordnung ist, untersuche man, ob sie total ist.

2) Man betrachte die folgenden beiden Relationen auf der Menge  $\mathbb{N}$  der natürlichen Zahlen:

- $R_1 = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid x = 2y\}$
- $R_2 = \{(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \mid 2x = y\}$

Man entscheide, ob  $R_1$  bzw.  $R_2$  eine Funktion (d.h. der Graph einer Funktion)  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  ist.

- Gibt es Relationen, die sowohl symmetrisch als auch antisymmetrisch sind?
- Für die in der Vorlesung definierte Menge  $\mathbb{Q} = (\mathbb{Z} \times (\mathbb{Z} \setminus \{0\})) / \sim$  mit den zugehörigen Verknüpfungen  $+$  und  $\cdot$  weise man nach: Das Element  $0 := \frac{0}{1} \in \mathbb{Q}$  ist neutrales Element bezüglich  $+$ .