Mathematisches Institut der Universität München
Sommersemester 2014

Daniel Rost
Lukas-Fabian Moser

# Grundlagen der Mathematik II – 4. Übungsblatt

**Aufgabe 1 (Relationen).** Man veranschauliche die folgenden Relationen in der Anschauungsebene $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$:

a) $R_1 = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x \cdot y = 12\}$.

b) $R_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y - 2 > x\}$.

**Aufgabe 2 (Eigenschaften von Relationen I).** Es sei $M = \{1, 2, 3\}$ gegeben. Man gebe jeweils eine Relation auf $M$ an, die die folgenden Eigenschaften besitzt:

a) Reflexiv, aber weder symmetrisch noch transitiv.

b) Symmetrisch, aber weder reflexiv noch transitiv.

c) Transitiv, aber weder symmetrisch noch reflexiv.

*(Hinweis: Man kann geeignete Relationen entweder gezielt konstruieren, z. B. in der Anschauungsebene, oder unter den schon aus Schule und Vorlesung bekannten Relationen suchen.)*

**Aufgabe 3 (Eigenschaften von Relationen II).** Man überprüfe die folgenden Relationen auf der Menge $\mathbb{Z}$ der ganzen Zahlen auf Reflexivität, Antisymmetrie, Symmetrie und Transitivität, und man entscheide, ob eine Ordnung bzw. Äquivalenzrelation vorliegt.

a) $R_1 = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid x = y \text{ oder } x + 3 \leq y\}$

b) $R_2 = \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid |x - y| \leq 3\}$

**Aufgabe 4 (Eigenschaften von Relationen III).** Es sei $M$ eine Menge und $f : M \to M$ eine Abbildung, die im folgenden als Relation aufgefaßt wird; es wird also die Relation

$$R_f = \{(x, y) \in M \times M \mid y = f(x)\}$$

betrachtet. Man beweise:

a) Die Relation $R_f$ ist genau dann reflexiv, wenn $f = \mathrm{id}_M$ ist.

b) Die Relation $R_f$ ist genau dann symmetrisch, wenn $f \circ f = \mathrm{id}_M$ ist.

c) Die Relation $R_f$ ist genau dann transitiv, wenn $f \circ f = f$ ist.

Die Lösungen sind spätestens am **Freitag, 23. Mai 2014, 12 Uhr** im Übungskasten der Vorlesung (im 1. Stock vor der Bibliothek) einzuwerfen. Bitte die Angabe des eigenen Namens nicht vergessen!