

# Übungsblatt 8

Andreas Fackler

12. Juni 2008

## Aufgabe 1

Konvergieren in den folgenden Fällen jeweils  $f_n : I \rightarrow \mathbb{R}$  gleichmäßig/punktweise gegen 0? Konvergieren die Integrale der  $f_n$  gegen 0?

(a)  $I = [0, 1]$ ,  $f_n(x) = x^n$  für  $x < 1$  und  $f_n(1) = 0$

(b)  $I = [0, 1]$ ,  $f_n(x) = (n + 1)x^n$  für  $x < 1$  und  $f_n(1) = 0$

(c)  $I = \mathbb{R}$ ,  $f_n(x) = \frac{n}{n^2+x^2}$

(d)  $I = [0, 1]$ ,  $f_n(x) = \frac{1}{n} \cos(nx)$

## Aufgabe 2

Zeige, dass die Taylorreihe von  $\exp$  auf  $[0, a]$  für  $a > 0$  gleichmäßig gegen  $\exp$  konvergiert und zeige damit:

$$\int_0^a \exp(x) \, dx = \exp(a) - 1$$

## Aufgabe 3

Berechne in  $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}5$ :  $\bar{3} + \bar{4}$ ,  $\bar{3} \cdot \bar{4}$ ,  $\bar{3}/\bar{4}$

## Aufgabe 4

Diagonalisiere, falls möglich, die folgende  $\mathbb{Z}/\mathbb{Z}7^{3 \times 3}$ -Matrix:

$$\begin{pmatrix} \bar{0} & -\bar{2} & -\bar{3} \\ \bar{0} & \bar{2} & \bar{0} \\ -\bar{3} & -\bar{3} & \bar{1} \end{pmatrix}$$