Übungsblatt 2

Andreas Fackler

28. April 2008

Aufgabe 1 (Fischer, 3.2, Nr. 2 und 3)

(a) Zeige:

$$\det \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots x_1^{n-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdots x_n^{n-1} \end{pmatrix} = \prod_{1 \leq i < j \leq n} (x_j - x_i)$$

(b) Gibt es eine unendliche Teilmenge des $\mathbb{R}^n$, in der jeweils n verschiedene Punkte linear unabhängig sind?

Aufgabe 2

(a) Sei $w = a + ib \in \mathbb{C}$. Zeige, dass die Abbildung

$$m_w : \mathbb{C} \to \mathbb{C}, \quad m_w(z) = w \cdot z$$

eine $\mathbb{R}$-lineare Abbildung ist (also linear, wenn man $\mathbb{C}$ als $\mathbb{R}$-Vektorraum auffasst) und bestimme ihre darstellende Matrix bezüglich der Basis $(1, i)$ von $\mathbb{C}$.

(b) Zeige, dass die Menge

$$M = \left\{ \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} : a, b \in \mathbb{R} \right\}$$

ein Unterring des Matrizenringes $\mathbb{R}^{2\times 2}$ ist.

(c) Zeige, dass M ein Körper ist.

Aufgabe 3

Beweise: Die Menge $\mathcal{C} := \{f : [0,1] \to \mathbb{R} : f \text{ stetig}\}$ ist zusammen mit der punktweise Addition und Multiplikation, sowie der Supremumsnorm, ein Banachraum.