LMU LUDWIG-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT MÜNCHEN

MATHEMATISCHES INSTITUT

Sommersemester 2010

H. Donder, A. Fackler, P. Garcia

Analysis II Tutorium

Blatt 7

Aufgabe 7.1. Sei $f\colon \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y,z) := z^2x + y^3$. Geben Sie die Ableitung von f im Punkt $(1,1,2)$ in Richtung $(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}, 0)$.

Aufgabe 7.2. Sei $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y) := \dfrac{\cos(x) + e^{xy}}{x^2+y^2}$.

(1). Zeigen Sie, dass f differenzierbar in $\mathbb{R}^2 \backslash \{(0,0)\}$ ist.

(2). Was ist die Ableitung von f in $(x,y) \in \mathbb{R}^2 \backslash \{(0,0)\}$?

Aufgabe 7.3. Sei $f\colon \mathbb{R}^2 \backslash \{0,0\} \longrightarrow \mathbb{R}$, $(x_1, x_2) \longmapsto f(x_1, x_2)$ eine differenzierbare Funktion. Da für jede $(x,y) \in \mathbb{R}^2 \backslash \{0,0\}$ gibt es genau ein $(r,\theta) \in \mathbb{R}^+ \times [0, 2\pi)$ so dass $x = r \cdot \cos\theta$ und $y = r \cdot \sin\theta$, dann können wir denken "die Funktion f in Polarkoordinaten", $(r,\theta) \longmapsto f(r \cdot \cos\theta, r \cdot \sin\theta)$.

(1). Geben Sie eine Formel für die partielle Ableitung nach θ der Funktion f in Polarkoordinaten. Solche Ableitung wird üblicherweise als $\dfrac{\partial f}{\partial \theta}$ bezeichnet.

(2). Geben Sie eine Formel für die partielle Ableitung nach r der Funktion f in Polarkoordinaten. Solche Ableitung wird üblicherweise als $\dfrac{\partial f}{\partial r}$ bezeichnet.

Aufgabe 7.4. Seien $f\colon \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ und $g\colon \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$ differenzierbare Funktionen. Zeigen, Sie dass die Funktion $h\colon \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}$, $h(x) := g(x)f(x)$ differenzierbar ist, und dass für jede $x_0 \in \mathbb{R}^n$, $D(h)(x_0) = f(x_0) \cdot D(g)(x_0) + g(x_0) \cdot D(f)(x_0)$