



Prof. Dr. H.-D. Donder
Parmenides García Cornejo, Andreas Fackler

Sommersemester 2010
28. Mai 2010

Topologie und Differentialrechnung mehrerer Variablen Tutorium 6

Aufgabe 6.1. Ist die *logarithmische Spirale* $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit

$$f(t) = \begin{cases} (t \cos(\ln(t)), t \sin(\ln(t))) & , \text{ falls } t > 0 \\ (0, 0) & , \text{ falls } t = 0 \end{cases}$$

rektifizierbar? Falls ja, wie lang ist sie? Wieviele vollständige Umdrehungen durchläuft die Spirale?

Aufgabe 6.2. Betrachten Sie den Graphen der Funktion

$$g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(t) = \begin{cases} t^n \cos \frac{1}{t} & , \text{ falls } t > 0 \\ 0 & , \text{ falls } t = 0 \end{cases}$$

als Kurve $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2, f(t) = (t, g(t))$ und entscheiden Sie, für welche Werte von $n \in \mathbb{N}$ diese rektifizierbar ist.

Aufgabe 6.3. Sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ eine symmetrische Matrix, also $A^T = A$, und sei $a \in \mathbb{R}^n$. Bestimmen Sie die Ableitung von

$$f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = x^T A x$$

im Punkt a .

Aufgabe 6.4. Bestimmen Sie die Ableitungen folgender Funktionen $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$:

$$f \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \cos(x_2) \\ x_1 \sin(x_2) \end{pmatrix}, \quad g \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^2 - x_2^2 \\ 2x_1 x_2 \end{pmatrix}$$